



## Examen blanc 2018/2017

|                                |                           |
|--------------------------------|---------------------------|
| <b>Matière : Mathématiques</b> | <b>Niveau: bac2 SC ex</b> |
| <b>Coefficient : 7</b>         | <b>Durée : 3 heures</b>   |

- La durée de l'épreuve est 3 heures.
- L'épreuve comporte 4 exercices et un problème indépendants.
- Les exercices peuvent être traités selon l'ordre choisi par le candidat.

- Le premier exercice se rapporte à la géométrie dans l'espace..... (3pts)
- Le deuxième exercice se rapporte aux nombres complexes..... (3pts)
- Le troisième exercice se rapporte aux probabilités ..... (3pts)
- Le quatrième exercice se rapporte aux suites réelles ..... (3pts)
- Le problème se rapporte aux fonctions réelles ..... (8pts)

|  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|--|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | <p><b>Exercice1 (2,75.pts)</b></p> <p>le plan est rapporté à un repère orthonormé direct <math>(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})</math> soient <math>A(1;0;1)</math> ; <math>B(1;1;0)</math> ; <math>C(0;1;1)</math></p> <p>(0,75) 1) calculer <math>\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}</math> puis en déduire que les points <math>A</math> ; <math>B</math> ; <math>C</math> ne sont pas alignés.</p> <p>(0,25) 2) montrer que <math>x + y + z - 2 = 0</math> est une équation cartésienne du plan <math>(ABC)</math>.</p> <p>3) soit <math>(P)</math> le plan orthogonal au plan <math>(ABC)</math> et contenant la droite <math>(AB)</math>.</p> <p>(0,5) a) montrer que <math>\vec{n}(-2;1;1)</math> est un vecteur normal au plan <math>(P)</math>.</p> <p>(0,25) b) déterminer une équation cartésienne du plan <math>(P)</math>.</p> <p>4) <math>(S)</math> est la sphère de centre <math>C</math> est tangente au plan <math>(P)</math> en un point <math>E</math>.</p> <p>(0,5) a) montrer que le rayon de la sphère <math>(S)</math> est <math>R = \frac{\sqrt{6}}{2}</math> et déterminer son équation cartésienne.</p> <p>(0,5) b) déterminer les coordonnées du point <math>E</math>.</p> |
|  | <p><b>Exercice2 (3.pts)</b></p> <p>Soit le polynôme complexe <math>P(z) = z^3 + (2 - i)z^2 + 2(1 - i)z - 2i</math>.</p> <p>(0,5) 1) montrer que l'équation <math>P(z) = 0</math> admet une solution imaginaire pure à déterminer.</p> <p>(0,25) 2) montrer que <math>(\forall z \in \mathbb{C}) \quad P(z) = (z - i)(z^2 + 2z + 2)</math>.</p> <p>(1,5) 3) résoudre dans <math>\mathbb{C}</math> l'équation <math>P(z) = 0</math> puis écrire les solutions sous formes trigonométriques.</p> <p>4) dans un repère orthonormé <math>(O, \vec{u}, \vec{v})</math> soient les points <math>A</math> ; <math>B</math> ; <math>C</math> d'affixes respectifs <math>a = -1 + i</math> ; <math>b = -1 - i</math> ; <math>c = ia = -1 + i</math>.</p> <p>(0,25) a) montrer que <math>\frac{b - a}{c - a} = -2i</math>.</p> <p>(0,5) b) en déduire que le triangle <math>ABC</math> est droit et que <math>AB = 2AC</math>.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|  | <p><b>Exercice3 (2,75.pts)</b></p> <p>Une urne contenant six boules telle que :</p> <p>3 boules blanches numérotées : 0 ; 1 ; 1.</p> <p>2 boules noirs numérotées : 0 ; 1.</p> <p>1 boule jaune numérotée : 2.</p> <p>On tire <u>respectivement et avec remise</u> deux boules.</p> <p>(0,5) 1) calculer la probabilité d'avoir 2 boules de même couleur.</p> <p>(0,5) 2) calculer la probabilité d'avoir 2 boules affichant le même numéro.</p> <p>3) soit <math>X</math> la variable aléatoire qui associe à chaque tirage le produit des numéros affichés.</p> <p>(0,75) a) montrer que <math>P(X = 0) = \frac{5}{9}</math>.</p> <p>(1) b) déterminer la loi de probabilité de <math>X</math>.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|  | <p><b>Exercice4 (3,5.pts)</b></p> <p><b>Partie1 :</b> Soit <math>f</math> la fonction définie sur l'intervalle <math>I = [1; 2]</math> comme suit : <math>f(x) = \frac{x+3}{5-x}</math>.</p> <p>(0,5) 1) montrer que <math>f(I) \subset I</math>.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |

|                         |                                                                                                                                                             |
|-------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| (0,5)                   | 2) montrer que $(\forall x \in I) f(x) \leq x$ .                                                                                                            |
|                         | <b>Partie2 :</b> Soit la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ telle que : $u_0 = 2$ et $(\forall n \in \mathbb{N}) u_{n+1} = f(u_n)$ .                          |
| (0,5)                   | 1) montrer par récurrence que $(\forall n \in \mathbb{N}) u_n \in I$ .                                                                                      |
| (0,75)                  | 2) montrer que la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est décroissante et en déduire qu'elle est convergente.                                                  |
| (0,25)                  | 3) calculer la limite de la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ .                                                                                              |
|                         | <b>Partie3 :</b> Soit la suite $(w_n)_{n \in \mathbb{N}}$ telle que : $(\forall n \in \mathbb{N}) w_n = \frac{u_n - 3}{1 - u_n}$ .                          |
| (0,5)                   | 1) montrer que la suite $(w_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est géométrique de raison $q = 2$ puis déterminer son terme général.                                     |
| (0,5)                   | 2) en déduire le terme général de $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ puis recalculer sa limite.                                                                     |
| <b>Problème (8.pts)</b> |                                                                                                                                                             |
|                         | Soit $f$ la fonction définie comme suit : $f(x) = \ln(e^{2x} - 4e^x + 3)$ .                                                                                 |
| (0,75)                  | 1) dresser le tableau de signe de $e^{2x} - 4e^x + 3$ en déduire que $D_f = ]-\infty; 0[ \cup ]\ln 3; +\infty[$ .                                           |
| (1)                     | 2) montrer que $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$ et $\lim_{x \rightarrow (\ln 3)^+} f(x) = -\infty$ puis interpréter ces résultats géométriquement. |
| (0,5)                   | 3) calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .                                                                    |
| (0,25)                  | 4) a) montrer que $(\forall x \in D_f) f'(x) = \frac{2e^x(e^x - 2)}{e^{2x} - 4e^x + 3}$ .                                                                   |
| (0,5)                   | b) en déduire que $f$ est strictement croissante sur $]\ln 3; +\infty[$ et strictement décroissante sur $]-\infty; 0[$ .                                    |
| (0,5)                   | c) dresser le tableau de variation de $f$ .                                                                                                                 |
| (1,5)                   | 5) montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet exactement deux solutions et que $-1 < \alpha < 0$ et $\ln 3 < \beta < 2$ .                                      |
| (0,25)                  | 6) a) montrer que la courbe de $f$ admet une asymptote oblique $(\Delta)$ d'équation $y = 2x$ au voisinage de $+\infty$ .                                   |
| (0,25)                  | b) étudier la branche infinie de la courbe de $f$ au voisinage de $-\infty$                                                                                 |
| (0,75)                  | 7) a) résoudre l'équation $f(x) = 2x$ puis étudier la position relative entre la courbe de $f$ et la droite $(\Delta)$ .                                    |
| (0,5)                   | b) tracer la courbe de $f$ dans un repère orthonormé. (on prend $\ln 3 \approx 1,1$ )                                                                       |
|                         | 8) Soit $g$ la restriction de la fonction $f$ sur l'intervalle $I = ]-\infty; 0[$ .                                                                         |
| (0,5)                   | a) montrer que $g$ admet une fonction réciproque $g^{-1}$ définie sur un intervalle $J$ à déterminer vers $I$ .                                             |
| (0,75)                  | b) montrer que $g^{-1}$ est dérivable au point 0 puis calculer $(g^{-1})'(0)$ en fonction de $\alpha$                                                       |